Kapitel 12

Aufgabe 12.1

Vertreter zweier Staaten, Nordostia und Südwestei, verhandeln über den Bau einer Anlage, durch die die Luftverschmutzung beider Staaten verringert werden soll. In die engere Wahl sind drei Alternativen X, Y, Z gezogen worden. Zur Bewertung werden vier Kriterien herangezogen: (1) Luftverbesserung in Nordostia, (2) Luftverbesserung in Südwestei, (3) Kosten für Nordostia und (4) Kosten für Südwestei. Über die Bewertung der Alternativen auf den einzelnen Dimensionen hat man sich schon geeinigt (Tabelle). Hinsichtlich der Gewichtung bestehen aber noch Differenzen. Die Gewichtungen, die die Vertreter der beiden Länder den Attributen zuordnen, sind ebenfalls aus der Tabelle zu ersehen.

(a) Welches Projekt zieht Nordostia vor, welches Projekt Südwestei?
(b) Kann man ein Projekt als dominiert erkennen?
(c) Welches Projekt wird gewählt, wenn man sich auf eine Mittelung der Gewichte verständigt?
(d) Die Vertreter der beiden Staaten verständigen sich darauf, die Attribute 1 und 2 gemeinsam mit je 0,15 zu gewichten. Dementsprechend erhalten die Kosten beider Staaten zusammen das Gewicht 0,7. Über die Aufteilung dieses Gewichts auf Attribut 3 und 4 ist man sich aber nicht einig. Kann dennoch eine Alternative empfohlen werden?

	Luftverbesserung in Nordostia	Luftverbesserung in Südwestei	Kosten für Nordostia	Kosten für Südwestei
Projekt X	1	0,3	0,4	0,4
Projekt Y	0,6	1	0,4	0,7
Projekt Z	0	0,4	0,8	1
Gewicht aus Sicht von Nordostia	0,2	0,2	0,3	0,3
Gewicht aus Sicht von Südwestei	0,15	0,15	0,2	0,5

Lösung 12.1

(a) Es ergeben sich folgende Bewertungen:

Nordostia (im folgenden mit dem Superskript N abgekürzt):
v^N (Projekt X) = $0{,}2 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 0{,}5$
v^N (Projekt Y) = $0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}65$
v^N (Projekt Z) = $0{,}2 \cdot 0 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 \cdot 1 = 0{,}62$
Nordostia zieht also Projekt Y vor.

Südwestei (im folgenden mit dem Superskript S abgekürzt):
v^S (Projekt X) = $0{,}15 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}475$
v^S (Projekt Y) = $0{,}15 \cdot 0{,}6 + 0{,}15 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}67$
v^S (Projekt Z) = $0{,}15 \cdot 0 + 0{,}15 \cdot 0{,}4 + 0{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}72$
Südwestei zieht also Projekt Z vor.

(b) Das Projekt X ist sowohl aus Sicht von Nordostia als auch aus Sicht von Südwestei das schlechteste Projekt und sollte sicherlich auf keinen Fall gewählt werden. Projekt X ist jedoch nicht dominiert in dem Sinne, daß es bei jeder möglichen Zielgewichtung einer anderen Alternative unterlegen wäre. Offenbar wäre Projekt X optimal, wenn ausschließlich das Ziel „Luftverbesserung in Nordostia" von Bedeutung wäre und das Gewicht 1 bekäme. So gesehen ist keines der Projekte dominiert.

(c) Die gemittelten Gewichte w_i^M betragen $w_1^M = (w_1^N + w_1^S) / 2 = (0{,}2 + 0{,}15) / 2 = 0{,}175$; $w_2^M = 0{,}175$; $w_3^M = 0{,}25$; $w_4^M = 0{,}4$.
Auf der Grundlage dieser Gewichte ergeben sich folgende Bewertungen:
v^M (Projekt X) = $0{,}175 \cdot 1 + 0{,}175 \cdot 0{,}3 + 0{,}25 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}4875$
v^M (Projekt Y) = $0{,}175 \cdot 0{,}6 + 0{,}175 \cdot 1 + 0{,}25 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}66$
v^M (Projekt Z) = $0{,}175 \cdot 0 + 0{,}175 \cdot 0{,}4 + 0{,}25 \cdot 0{,}8 + 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}67$
Hier wird folglich Projekt Z gewählt.

(d) Ja, die Alternative Z ist in jedem Fall die beste.
Um dies nachzuweisen, wird das unbekannte Gewicht für Ziel 3 (Kosten für Nordostia) mit w bezeichnet. Dieses Gewicht w kann zwischen 0 und 0,7 liegen (es kann nicht größer als 0,7 sein, da bereits zweimal das Gewicht 0,15 vergeben wurde). Das Gewicht für das Ziel 4 (Kosten für Südwestei) ist dann jeweils $0{,}7 - w$.

Die Bewertungen für die drei Projekte ergeben sich in Abhängigkeit von w wie folgt:
v (Projekt X) = $0{,}15 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 0{,}3 + w \cdot 0{,}4 + (0{,}7-w) \cdot 0{,}4 = 0{,}475$
v (Projekt Y) = $0{,}15 \cdot 0{,}6 + 0{,}15 \cdot 1 + w \cdot 0{,}4 + (0{,}7-w) \cdot 0{,}7 = 0{,}73 - 0{,}3w$
v (Projekt Z) = $0{,}15 \cdot 0 + 0{,}15 \cdot 0{,}4 + w \cdot 0{,}8 + (0{,}7-w) \cdot 1 = 0{,}76 - 0{,}2w$

Es ist zu erkennen, daß die Bewertung von Projekt Z stets größer ist als die von Projekt X, denn 0,76 – 0,2w ist für alle w zwischen 0 und 0,7 größer als 0,475. Auch die Differenz der Bewertungen von Projekt Z und Projekt Y: (0,76 – 0,2w) – (0,73 – 0,3w) = 0,03 + 0,1w ist für alle zulässigen w immer positiv. Damit ist Projekt Z für jedes w in [0, 0,7] die optimale Alternative.

Aufgabe 12.2

Drei Mitglieder einer Auswahlkommission, P_1, P_2 und P_3 beurteilen drei Manager *A*, *B*, *C* bezüglich ihrer Eignung für einen wichtigen Auslandsposten. Für die Auswahl haben sie sich auf drei Kriterien, X_1, X_2 und X_3 geeinigt. Ihre Bewertungen der Kandidaten sowie ihre Gewichtungsfaktoren der Attribute sind in folgender Tabelle angegeben.

		X_1	X_2	X_3
A	P_1	0,7	0,85	0,6
	P_2	0,75	0,8	0,7
	P_3	0,65	0,9	0,65
B	P_1	0,8	0,9	0,8
	P_2	0,6	0,7	0,8
	P_3	0,6	0,8	0,85
C	P_1	0,7	0,8	0,75
	P_2	0,5	0,7	0,95
	P_3	0,6	0,8	1,0
Gewichte	P_1	0,3	0,4	0,3
	P_2	0,25	0,5	0,25
	P_3	0,35	0,5	0,15

Wird einer der Kandidaten von allen Kommissionsmitgliedern ausgewählt?

Lösung 12.2

Die Bewertungen durch die drei Auswahlmitglieder ergeben sich wie folgt:

$v^{P1}(A) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,85 + 0,3 \cdot 0,6 = 0,73$
$v^{P1}(B) = 0,3 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,9 + 0,3 \cdot 0,8 = 0,84$
$v^{P1}(C) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,75 = 0,755$

$v^{P2}(A) = 0,25 \cdot 0,75 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,25 \cdot 0,7 = 0,7625$
$v^{P2}(B) = 0,25 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,7 + 0,25 \cdot 0,8 = 0,7$
$v^{P2}(C) = 0,25 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,7 + 0,25 \cdot 0,95 = 0,7125$

$v^{P3}(A) = 0,35 \cdot 0,65 + 0,5 \cdot 0,9 + 0,15 \cdot 0,65 = 0,775$
$v^{P3}(B) = 0,35 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,15 \cdot 0,85 = 0,7375$
$v^{P3}(C) = 0,35 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,15 \cdot 1,0 = 0,76$

Offensichtlich wird keiner der Kandidaten von allen drei Auswahlmitgliedern ausgewählt, da B von P_1, A hingegen von P_2 und P_3 favorisiert wird.
Zu diesem Ergebnis hätte man auch ohne explizite Berechnung der Bewertungen gelangen können, indem man erkennt, daß aus Sicht von Bewerter P_1 Kandidat B die Kandidaten A und C dominiert – womit P_1 auf alle Fälle für B votieren wird –, während aus Sicht von Bewerter P_3 Kandidat B durch den Kandidaten C dominiert wird – womit P_3 auf alle Fälle nicht für B votieren wird.

Aufgabe 12.3

Karl und Anna Hebestreit wollen ein Baugrundstück kaufen. In die engere Auswahl sind zwei Objekte gekommen, Parkstraße und Schiefbahn. Die Eheleute sind sich nicht einig. Sie wollen das Problem aber partnerschaftlich und rational lösen. Sie kommen überein, daß ihre gemeinsamen Ziele „angenehme Nachbarschaft“, „Erreichbarkeit“ und „Schönheit“ (des Grundstücks) sind. Mit Erreichbarkeit ist gemeint, wie einfach und angenehm man vom Haus zu seinen außerhäuslichen Betätigungen gelangt. Karl und Anna schwören sich gegenseitig, ihre ehrlichen Bewertungen offenzulegen. Das Ergebnis ist folgendes.

Karl H.	Nachbarschaft	Erreichbarkeit	Schönheit
Parkstraße	0,3 – 0,4	0,4 – 0,45	0,75
Schiefbahn	0,45	0,7 – 0,75	0,7 – 0,75
Gewicht	0,15 – 0,2	0,5 – 0,6	0,25 – 0,3

Anna H.	Nachbarschaft	Erreichbarkeit	Schönheit
Parkstraße	0,8	0,5 – 0,65	0,8 – 0,9
Schiefbahn	0,35 – 0,45	0,6 – 0,65	0,65 – 0,75
Gewicht	0,4	0,2 – 0,3	0,3 – 0,35

(a) Könnten Karl und Anna, wenn sie jeder nur für sich allein zu entscheiden hätten, eine Wahl treffen?

(b) Besteht nach dem Ergebnis zu (a) eine Chance, daß die beiden eine gemeinsame Lösung finden?

(c) Einige Wochen später. Karl hat die potentiellen Nachbarn in der Parkstraße kennengelernt und findet sie sehr sympathisch. Von ihnen hörte er, daß eine neue Buslinie zur Innenstadt eingerichtet wird, mit der er seinen Arbeitsplatz erreichen könnte. Außerdem sollen demnächst eine Kneipe und ein Fitness-Center in der Nähe eröffnet werden. Dies verringert die Bedeutung des Attributs „Erreichbarkeit". Er überdenkt seine Bewertungen und präsentiert ein neues Tableau. Anna sieht keinen Grund, ihre Bewertungen zu ändern (sie hat es ja „gleich gesagt").

Karl H.	Nachbarschaft	Erreichbarkeit	Schönheit
Parkstraße	0,65 – 0,7	0,8	0,75
Schiefbahn	0,45	0,7 – 0,75	0,7 – 0,75
Gewicht	0,3	0,3 – 0,4	0,3 – 0,4

Lösung 12.3

(a) Zur Beantwortung der Frage werden individuelle Dominanzprüfungen vorgenommen. Die Alternativen „Parkstraße" („Schiefbahn") werden im folgenden mit P (S) abgekürzt, das Gewicht des Attributs „Nachbarschaft" / „Erreichbarkeit" / „Schönheit" wird mit w_1 / w_2 / w_3 bezeichnet.

Für Karl H. ergibt sich folgendes Kalkül:

(i) Überprüfung, ob die Alternative P die Alternative S dominiert:
min (v(P) – v(S)) u.d.N.
(a) $0{,}3 \le v_1(P) \le 0{,}4$ / $0{,}4 \le v_2(P) \le 0{,}45$ / $v_3(P) = 0{,}75$
(b) $v_1(S) = 0{,}45$ / $0{,}7 \le v_2(S) \le 0{,}75$ / $0{,}7 \le v_3(S) \le 0{,}75$
(c) $0{,}15 \le w_1 \le 0{,}2$ / $0{,}5 \le w_2 \le 0{,}6$ / $0{,}25 \le w_3 \le 0{,}3$ / $w_1 + w_2 + w_3 = 1$
Die Lösung dieses Minimierkalküls lautet: $v_1(P)^* = 0{,}3$; $v_2(P)^* = 0{,}4$; $v_3(P)^* = 0{,}75$; $v_1(S)^* = 0{,}45$; $v_2(S)^* = 0{,}75$; $v_3(S)^* = 0{,}75$; $w_1^* = 0{,}15$; $w_2^* = 0{,}6$; $w_3^* = 0{,}25$.
v(P) – v(S) nimmt für diese Werte von $v_i(.)$ und w_i den Wert –0,2325 an, so daß Alternative P Alternative S nicht dominiert.

(ii) Überprüfung, ob die Alternative S die Alternative P dominiert:
max (v(P) – v(S)) u.d.N.
(a), (b) und (c) wie unter (i)
Die Lösung dieses Maximierkalküls lautet: $v_1(P)^* = 0{,}4$; $v_2(P)^* = 0{,}45$; $v_3(P)^* = 0{,}75$; $v_1(S)^* = 0{,}45$; $v_2(S)^* = 0{,}7$; $v_3(S)^* = 0{,}7$; $w_1^* = 0{,}2$; $w_2^* = 0{,}5$; $w_3^* = 0{,}3$.
v(P) – v(S) nimmt für diese Werte von $v_i(.)$ und w_i den Wert –0,12 an, so daß Alternative S Alternative P dominiert.

Für Anna H. ergibt sich folgendes Kalkül:

(i) Überprüfung, ob die Alternative P die Alternative S dominiert:
min (v(P) – v(S)) u.d.N.
(a) $v_1(P) = 0{,}8$ / $0{,}5 \le v_2(P) \le 0{,}65$ / $0{,}8 \le v_3(P) \le 0{,}9$
(b) $0{,}35 \le v_1(S) \le 0{,}45$ / $0{,}6 \le v_2(S) \le 0{,}65$ / $0{,}65 \le v_3(S) \le 0{,}75$
(c) $w_1 = 0{,}4$ / $0{,}2 \le w_2 \le 0{,}3$ / $0{,}3 \le w_3 \le 0{,}35$ / $w_1 + w_2 + w_3 = 1$
Die Lösung dieses Minimierkalküls lautet: $v_1(P)^* = 0{,}8$; $v_2(P)^* = 0{,}5$; $v_3(P)^* = 0{,}8$; $v_1(S)^* = 0{,}45$; $v_2(S)^* = 0{,}65$; $v_3(S)^* = 0{,}75$; $w_1^* = 0{,}4$; $w_2^* = 0{,}3$; $w_3^* = 0{,}3$.
v(P) – v(S) nimmt für diese Werte von $v_i(.)$ und w_i den Wert 0,11 an, so daß Alternative P Alternative S dominiert.

Wenn jeder für sich allein zu entscheiden hätte, würde sich Karl H. auf Grund obiger Dominanzüberlegung für Alternative S, Anna H. dagegen für Alternative P entscheiden.

(b) Setzt man voraus, daß zur Findung einer gemeinsamen Lösung der volle Streubereich der individuellen Bewertungen und Attributgewichte von Karl H. und Anna H. berücksichtigt wird, so kann eine gemeinsame Lösung nicht gefunden werden. Wäre in einem derartigen Kalkül eine Alternative (aus Gruppensicht) dominant, würde dies Dominanz für jedes Mitglied der Gruppe auf Basis der individuellen Bewertungen implizieren. Da letztere im vorliegenden Fall nicht vorherrscht, Karl H. und Anna H. gar unterschiedliche Alternativen präferieren, kann auch keine Dominanz aus Gruppensicht vorliegen, so daß sich unter der getroffenen Annahme keine gemeinsame Lösung finden läßt.

(c) Unter Berücksichtigung der revidierten Intervalle für Bewertungen und Alternativengewichte ergibt sich für Karl H. nun folgendes Kalkül:

(i) Überprüfung, ob die Alternative P die Alternative S dominiert:
min (v(P) – v(S)) u.d.N.
(a) $0{,}65 \le v_1(P) \le 0{,}7$ / $v_2(P) = 0{,}8$ / $v_3(P) = 0{,}75$
(b) $v_1(S) = 0{,}45$ / $0{,}7 \le v_2(S) \le 0{,}75$ / $0{,}7 \le v_3(S) \le 0{,}75$
(c) $w_1 = 0{,}3$ / $0{,}3 \le w_2 \le 0{,}4$ / $0{,}3 \le w_3 \le 0{,}4$ / $w_1 + w_2 + w_3 = 1$
Die Lösung dieses Minimierkalküls lautet: $v_1(P)^* = 0{,}65$; $v_2(P)^* = 0{,}8$; $v_3(P)^* = 0{,}75$; $v_1(S)^* = 0{,}45$; $v_2(S)^* = 0{,}75$; $v_3(S)^* = 0{,}75$; $w_1^* = 0{,}3$; $w_2^* = 0{,}3$; $w_3^* = 0{,}4$.

v(P) – v(S) nimmt für diese Werte von v_i(.) und w_i den Wert 0,075 an, so daß Alternative P Alternative S dominiert.

Da nun auch Karl H. Alternative P präferiert, kann eine gemeinsame Entscheidung zugunsten von Alternative P getroffen werden.

Aufgabe 12.4

Die Vertriebsmanager Mike und Stefan bemühen sich, eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Absatzmenge der ersten CD der Popgruppe „Lebertran“ zu generieren. Zuerst stellt jeder seine eigene Verteilungsfunktion auf, indem er Unter- und Obergrenze sowie den 25%-, den 50%- und 75%-Punkt schätzt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle enthalten.

	Mike	Stefan
Untergrenze	95.000	80.000
25%-Punkt	115.000	105.000
Median	125.000	125.000
75%-Punkt	140.000	150.000
Obergrenze	175.000	200.000

(a) Die Aggregation soll in der Weise erfolgen, daß jeweils die Mittelwerte der beiden Schätzungen genommen werden. Stellen Sie für diesen Fall die gemeinsame Dichtefunktion und die gemeinsame Verteilungsfunktion graphisch dar.

(b) Stattdessen erwägen die beiden, die individuellen Dichtefunktionen mit gleichen Gewichten zu aggregieren. Ermitteln Sie für diesen Fall die resultierende gemeinsame Dichtefunktion und Verteilungsfunktion.

Lösung 12.4

(a) Um die Verteilungsfunktion zu bestimmen, müssen zunächst die Mittelwerte der Schätzungen von Mike und Stefan ermittelt werden. Für die untere Grenze ergibt sich beispielsweise:

Mittelwert (Untergrenze) = (95.000 + 80.000) / 2 = 87.500

Die entsprechenden Werte (in Tausend Stück) für die weiteren Schätzungen finden sich in der folgenden Tabelle:

	Mike	Stefan	Mittelwert
Untergrenze	95.000	80.000	87.500
25%-Punkt	115.000	105.000	110.000
Median	125.000	125.000	125.000
75%-Punkt	140.000	150.000	145.000
Obergrenze	175.000	200.000	187.500

Die Verläufe der Verteilungsfunktionen von Mike und Stefan sowie der resultierenden gemittelten Verteilungsfunktion sind in Abbildung 12.4a zu sehen. Dabei wurde zwischen den Stützstellen linear interpoliert.

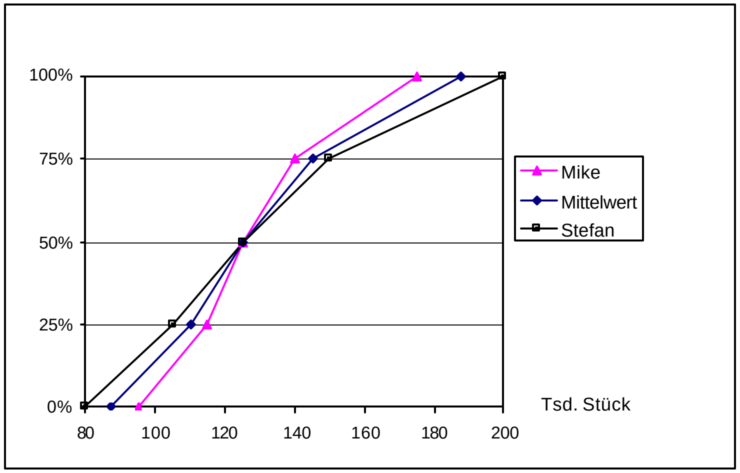

Abbildung 12.4a: Verteilungsfunktionen

Der Verlauf der resultierenden Dichtefunktion (nur der gemittelten) wird in Abbildung 12.4c verdeutlicht (zusätzlich ist dort der Verlauf der Dichtefunktion aus Teilaufgabe (b) abgetragen).

(b) Um die Mittelwerte in diesem Fall berechnen zu können, muß zunächst eine Gesamtliste aller zu berücksichtigenden Stützstellen, also aller von Mike und Stefan geschätzten Intervallgrenzen, erzeugt werden. Dies ergibt die Liste 80-95-105-115-125-140-150-175-200. Die individuellen Verteilungsfunktionen von Mike und Stefan können dann auf allen Stützstellen definiert werden. Dazu müssen (die nicht konkret vorgegebenen) Zwischenwerte durch lineare Interpolation gewonnen werden. So ergibt sich beispielsweise bei Stefan für

140.000 Stück der Wert 65% durch lineare Interpolation aus den 50% und 75%-Werten. Nachdem beide Verteilungsfunktionen auf den gleichen Stützstellen definiert wurden, können die gesuchten Mittelwerte direkt berechnet werden. Bei der Stückzahl 140.000 ergibt sich beispielsweise 70% als Mittelwert aus 65% (Stefan) und 75% (Mike). Eine Gesamtübersicht über alle benötigten Werte findet sich in der untenstehenden Tabelle. Die gemittelte Verteilungsfunktion ist gemeinsam mit den beiden individuellen Verteilungsfunktionen (von Mike und Stefan) in Abbildung 12.4b zu sehen. Die zugehörige Dichtefunktion ist in Abbildung 12.4c abgetragen.

Stückzahl (in Tsd.)	Mike	Stefan	Mittelwert
80	0 %	0 %	0 %
95	0 %	15 %	7,5 %
105	12,5%	25 %	18,75 %
115	25 %	37,5 %	31,25 %
125	50 %	50 %	50 %
140	75 %	65 %	70 %
150	82,14 %	75 %	78,57 %
175	100 %	87,5 %	93,75 %
200	100 %	100 %	100 %

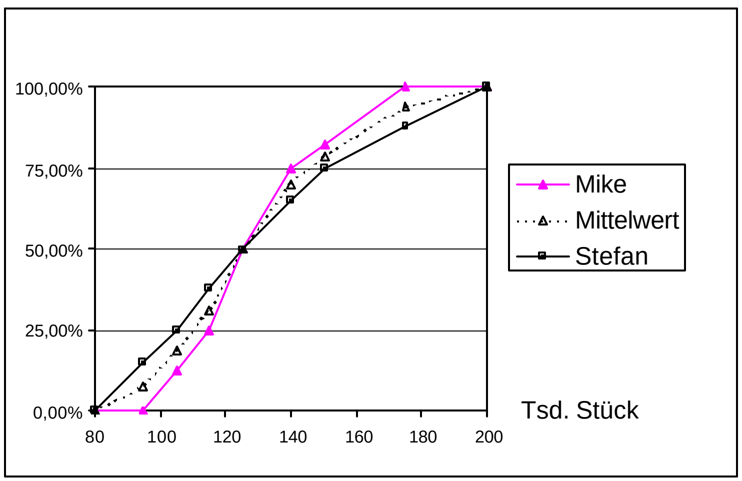

Abbildung 12.4b: Verteilungsfunktionen

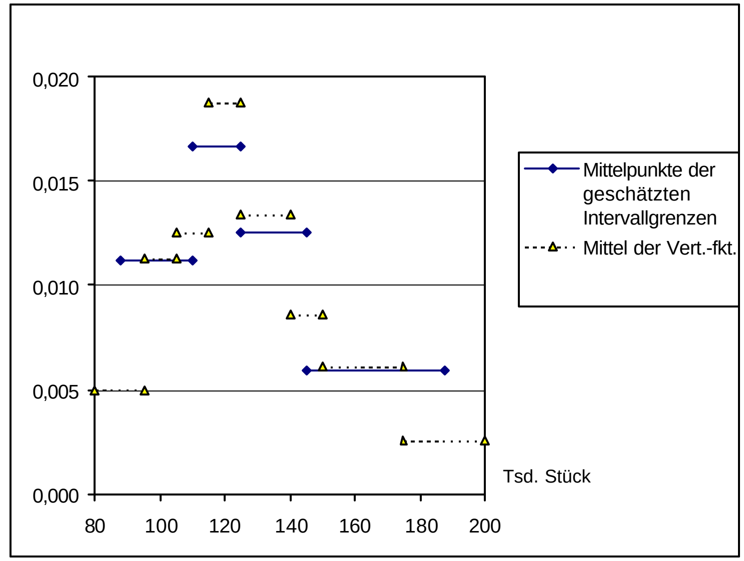

Abbildung 12.4c: Dichtefunktionen

Aufgabe 12.5

Eine neuartige Zahnpasta soll vor der bundesweiten Einführung im Saarland auf ihren Markterfolg getestet werden. Zwei Markenfachleute geben ihre Schätzungen für die Wahrscheinlichkeit ab, daß der Erfolg auf dem Testmarkt „Grandios“, „So-la-la“ oder ein „Flop“ wird. Für jeden dieser drei Fälle geben sie außerdem ihre bedingten Wahrscheinlichkeiten dafür an, daß die Einführung auf Bundesebene „rentabel“ oder „unrentabel“ sein wird.

Experte 1	Wahrscheinlichkeit	Bundesweiter Vertrieb	Bedingte Wahrscheinlichkeit
Grandios	0,2	Rentabel Unrentabel	0,7 0,3
So-la-la	0,6	Rentabel Unrentabel	0,5 0,5
Flop	0,2	Rentabel Unrentabel	0,3 0,7

Experte 2	Wahrscheinlichkeit	Bundesweiter Vertrieb	Bedingte Wahrscheinlichkeit
Grandios	0,3	Rentabel	0,8
		Unrentabel	0,2
So-la-la	0,4	Rentabel	0,6
		Unrentabel	0,4
Flop	0,3	Rentabel	0,2
		Unrentabel	0,8

(a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten der sechs Szenarien für jeden der beiden Experten.
(b) Aggregieren Sie die Schätzungen der beiden Experten auf zwei verschiedene Arten.
(c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein bundesweiter Vertrieb rentabel wäre, nach den individuellen Schätzungen und nach den aggregierten Schätzungen?

Lösung 12.5

(a) Die gesuchten gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten berechnen sich jeweils als Produkt aus bedingter Wahrscheinlichkeit und der die Bedingung bildenden Randwahrscheinlichkeit. Es ergeben sich demnach die folgenden Tabellen gemeinsamer Wahrscheinlichkeiten:

Experte 1	Testmarkt grandios	Testmarkt so-la-la	Testmarkt Flop	(Zeilen-Σ)
Bundesweit rentabel	0,14	0,3	0,06	0,5
Bundesweit unrentabel	0,06	0,3	0,14	0,5
(Spalten-Σ)	0,2	0,6	0,2	1

Experte 2	Testmarkt grandios	Testmarkt so-la-la	Testmarkt Flop	(Zeilen-Σ)
Bundesweit rentabel	0,24	0,24	0,06	0,54
Bundesweit unrentabel	0,06	0,16	0,24	0,46
(Spalten-Σ)	0,3	0,4	0,3	1

(b) Aggregationsverfahren I: Die aggregierten Wahrscheinlichkeiten ergeben sich, indem die individuell geäußerten gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten (bei gleicher Gewichtung beider Expertenaussagen) gemittelt werden. Ausgehend hiervon können dann aggregierte Randwahrscheinlichkeiten bzw. aggregierte bedingte Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden.
Es ergibt sich folgende Tabelle:

Aggregat. I	Testmarkt grandios	Testmarkt so-la-la	Testmarkt Flop	(Zeilen-Σ)
Bundesweit rentabel	0,19	0,27	0,06	0,52
Bundesweit unrentabel	0,06	0,23	0,19	0,48
(Spalten-Σ)	0,25	0,5	0,25	1

Aggregationsverfahren II: Die aggregierten Wahrscheinlichkeiten ergeben sich, indem zunächst aggregierte bedingte Wahrscheinlichkeiten (wobei der Erfolg auf dem Testmarkt als Bedingung dient) und aggregierte Randwahrscheinlichkeiten (für den Erfolg auf dem Testmarkt) jeweils durch gleichgewichtige Mittelung beider Expertenaussagen gebildet werden, deren jeweilige Produkte dann (wie in (a)) die aggregierten gemeinsamen Wahrscheinlichkeiten ergeben.
Als Zwischenergebnis gelangt man zu folgender Tabelle aggregierter bedingter und Randwahrscheinlichkeiten:

	Wahrscheinlichkeit	Bundesweiter Vertrieb	Bedingte Wahrscheinlichkeit
Grandios	0,25	Rentabel	0,75
		Unrentabel	0,25
So-la-la	0,5	Rentabel	0,55
		Unrentabel	0,45
Flop	0,25	Rentabel	0,25
		Unrentabel	0,75

Die aggregierten Wahrscheinlichkeiten ergeben sich dann wie folgt:

Aggregat. II	Testmarkt grandios	Testmarkt so-la-la	Testmarkt Flop	(Zeilen-$\sum$)
Bundesweit rentabel	0,1875	0,275	0,0625	0,525
Bundesweit unrentabel	0,0625	0,225	0,1875	0,475
(Spalten-$\sum$)	0,25	0,5	0,25	1

(c) Die Wahrscheinlichkeit, daß ein bundesweiter Vertrieb rentabel ist, schätzt gemäß den Berechnungen aus (a) Experte 1 auf 0,5, Experte 2 hingegen auf 0,54. Die aggregierte Schätzung dieser Wahrscheinlichkeit beträgt gemäß den Berechnungen aus (b) im Fall von Aggregationsverfahren I 0,52, im Fall von Aggregationsverfahren II dagegen 0,525.