9.4.6 Die Trade-off-Methode für Nutzenfunktionen

Alle bisher vorgestellten Methoden zur Bestimmung von Nutzenfunktionen haben ein gemeinsames Problem. Sie gehen davon aus, dass der Entscheider bei den sehr einfachen Lotterien und Indifferenzabfragen Antworten generiert, die aus Sicht der Erwartungsnutzentheorie interpretiert werden können. Dass dies eine kritische Annahme ist und dass Entscheider oft auch schon bei einfachen Lotterievergleichen systematisch verzerrte Antworten geben, werden wir Ihnen in Kapitel 13 noch ausführlicher erläutern. An dieser Stelle möchten wir jedoch schon auf ein Problem hinweisen, das insbesondere für die bisher besprochenen Methoden bedeutsam ist. Beim intuitiven Entscheiden (so wie es bei der Angabe simpler Sicherheitsäquivalente gefragt ist) gehen Ausprägungen mit kleinen Wahrscheinlichkeiten deutlich stärker in die Bewertung einer Lotterie ein als dies durch die Vorschriften der Erwartungsnutzentheorie vorgeschrieben wäre. Auch andere Wahrscheinlichkeiten werden systematisch über- oder unterschätzt. Werden solche Verzerrungen bei der Bestimmung von Nutzenfunktionen ignoriert, erhalten wir systematisch verzerrte Nutzenfunktionen. Bleichrodt, Pinto und Wakker (2001) haben analysiert, wie solche Wahrscheinlichkeitsverzerrungen bei der Bestimmung von Nutzenfunktionen „herausgerechnet“ werden können, um dadurch zu unverzerrten Nutzenfunktionen zu kommen. Die genaue Vorgehensweise hierbei geht über den Rahmen dieses Lehrbuchs hinaus, und wir verweisen den interessierten Leser auf die Originalliteratur.

Eine Alternative besteht darin, Methoden zu verwenden, bei denen diese Probleme erst gar nicht auftreten. Die von Wakker und Deneffe (1996) entwickelte Trade-off-Methode für Nutzenfunktionen (die außer dem Namen nichts mit der Trade-Off-Methode für Zielgewichte aus Kapitel 6 zu tun hat), stellt eine solche Methode dar. Sie ist in der Anwendung etwas komplizierter als die bisher vorgestellten Methoden, vermeidet aber, dass verzerrt wahrgenommene Wahrscheinlichkeiten die elizitierte Nutzenfunktion systematisch verfälschen.

Die Idee der Trade-Off-Methode für Nutzenfunktionen ähnelt der Methode gleicher Nutzendifferenzen. Auch hier wird eine Sequenz von Ausprägungen erzeugt, zwischen denen gleiche Nutzendifferenzen bestehen. Während die Logik der Methode gleicher Nutzendifferenzen aber zusammenbricht, wenn die Wahrscheinlichkeit p = 0,5 bei den Lotterievergleichen systematisch falsch berücksichtigt wird (z. B. eher wie eine Wahrscheinlichkeit 0,4 behandelt wird), ist die Trade-Off-Methode gegen solche Verzerrungen immun.

Bei der Trade-Off-Methode sind zunächst zwei Konsequenzen x_a und x_b mit $x_b \succ x_a$ zu wählen, die aus konzeptionellen Gründen im Idealfall außerhalb des für das Entscheidungsproblem relevanten Ausprägungsintervalls $[x_{min}, x_{max}]$ liegen (diese Konsequenzen werden nur zu Vergleichszwecken benötigt; wir unterstellen hier, dass Sie kleiner als x_{min} sind).

Dann wird erneut $x_0 = x_{min}$ gesetzt und der Entscheider nach einem x_1 gefragt, das ihn indifferent macht zwischen den Lotterien $(x_0, p; x_b, 1-p)$ und $(x_1, p; x_a, 1-p)$. Am einfachsten für den Entscheider ist es sicherlich, wenn wir hier erneut mit einem p von 0,5 arbeiten, die Trade-Off-Methode funktioniert aber auch mit jedem anderen p. Wenn wir die gewonnene Indifferenzaussage in eine Gleichung übersetzen, und ein wenig umformen, erhalten wir: $u(x_1) - u(x_0) = (1 - p)/p \cdot (u(x_b) - u(x_a))$. Die Nutzendifferenz zwischen x_1 und x_0 lässt sich also durch die Größe $(1 - p)/p \cdot (u(x_b) - u(x_a))$ beschreiben, einen Wert, den wir nicht kennen und der vor allem auch durch eine verzerrte Wahrnehmung der Wahrscheinlichkeiten p und $(1 - p)$ beeinflusst werden kann. Es ist aber auch gar nicht nötig, die explizite Höhe der Nutzendifferenz zu kennen. Denn durch die nächste Abfrage erhalten wir einen weiteren Zusammenhang gleicher Art. Wir bitten nun den Entscheider eine Konsequenz x_2 zu benennen, die ihn indifferent zwischen $(x_1, p; x_b, 1 - p)$ und $(x_2, p; x_a, 1 - p)$ macht. Aus dieser Indifferenz können wir herleiten, dass auch für x_2 und x_1 die Nutzendifferenz durch $u(x_2) - u(x_1) = (1 - p)/p \cdot (u(x_b) - u(x_a))$ beschrieben wird und damit insbesondere auch $u(x_2) - u(x_1) = u(x_1) - u(x_0)$ gelten muss (und dies völlig unabhängig von der Frage, ob die Wahrscheinlichkeiten p und $(1 - p)$ verzerrt wahrgenommen werden). Die weiteren Schritte sollten Ihnen nun klar sein; der Reihe nach erzeugen wir über Indifferenzen $(x_i, °p; x_b, 1 - p) \sim (x_{i+1}, p; x_a, 1 - p)$ eine Sequenz von Konsequenzen, die stets gleiche Nutzensprünge aufweist. Haben wir die ursprünglichen Ausprägungen x_a und x_b geeignet gewählt (je enger sie zusammen liegen, um so kleinere Schritte erhalten wir auch in der Sequenz), erreichen (oder überschreiten) wir wie bei der Methode gleicher Nutzendifferenzen auch mit der Trade-Off-Methode nach vier oder fünf solcher Schritte die Konsequenz x_{max}. Dann können wir in der bekannten Art und Weise eine Normierung der so gewonnenen Nutzenfunktion vornehmen.

Zur Verdeutlichung geben wir noch ein kleines Beispiel. Nehmen wir an, ein Entscheider möchte seine Nutzenfunktion auf dem folgenden Intervall bestimmen: $[x_{min} = 1.000\,€, x_{max} = 10.000\,€]$. Wir setzen $x_a = 100\,€$ und $x_b = 500\,€$, so dass diese Konsequenzen außerhalb des zuvor spezifizierten Intervalls liegen. Die folgenden Schritte sind in Abbildung 9-18 ersichtlich. Im ersten Schritt fragen wir den Entscheider nach der Konsequenz x_1, die ihn indifferent zwischen den Lotterien (1.000 €, 30 %; 500 €, 70 %) und (x_1, 30 %; 100 €, 70 %) macht. Wie bereits erwähnt fällt realen Entscheider eine Antwort auf diese Frage vermutlich leichter, wenn wir 50/50-Lotterien benutzen. Wir wählen hier jedoch aus didaktischen Gründen 30/70-Lotterien. Angenommen der Entscheider gibt als erfragten Wert $x_1 = 2.500\,€$ an. Wir fragen daraufhin in einem zweiten Schritt nach der Konsequenz x_2, die ihn indifferent zwischen den beiden Lotterien (2.500 €, 30 %; 500 €, 70 %) und (x_2, 30 %; 100 €, 70 %) macht. Wir erhalten erneut einen Wert, beispielsweise $x_2 = 6.000\,€$, den wir für den nächsten Schritt einsetzen. Angenommen der Entscheider gibt für x_3 einen Wert von 11.000 € an, so beenden wir die Befragung, da dieser Wert bereits $x_{max} = 10.000\,€$ übertroffen hat.

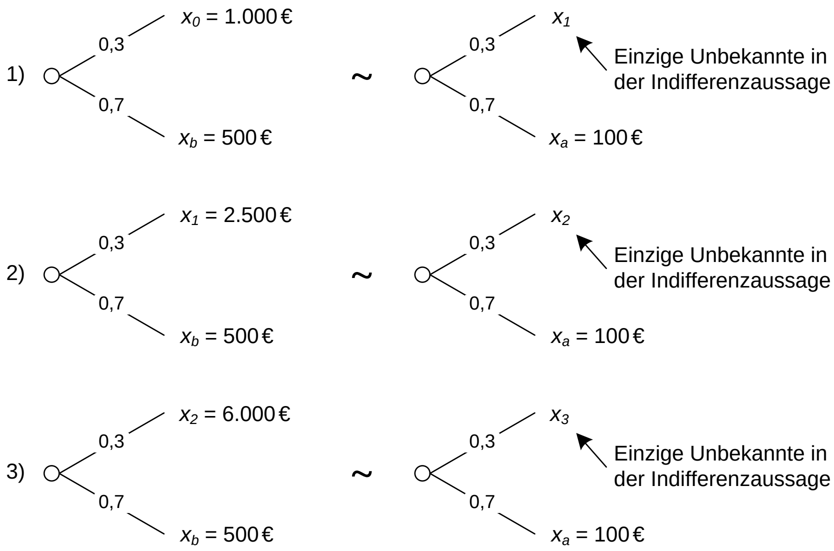

Abb. 9-18: Lotterieabfragen der Trade-Off-Methode

Die so erfragten Punkte der Nutzenfunktion des Entscheiders sind in Abbildung 9-19 abgetragen. Wir haben zum besseren Verständnis zwei Nutzenachsen (Ordinaten) eingezeichnet: links eine nicht normierte, auf beliebiger Skala gemessene Nutzenachse und rechts eine auf das Intervall $[x_{min} = 1.000\,€, x_3 = 11.000\,€]$ normierte Nutzenachse. Sie sehen auf der nicht normierten Nutzenachse, dass die hochskalierte Nutzendifferenz $(1-p)/p \cdot [u(x_b)-u(x_a)]$, welche durch die Nutzendifferenz $u(x_b)-u(x_a)$ und unsere Wahl der Lotteriewahrscheinlichkeit $p = 30\,\%$ entsteht, den Nutzenabstand zwischen allen drei elizitierten Werten $u(x_1)$, $u(x_2)$ und $u(x_3)$ bestimmt. Die Ihnen bereits bekannte Normierung führt dann zu den Werten $u(x_1) = 1/3$, $u(x_2) = 2/3$ und $u(x_3) = 1$, wie sie auf der normierten Nutzenachse auf der rechten Seite abgetragen sind.

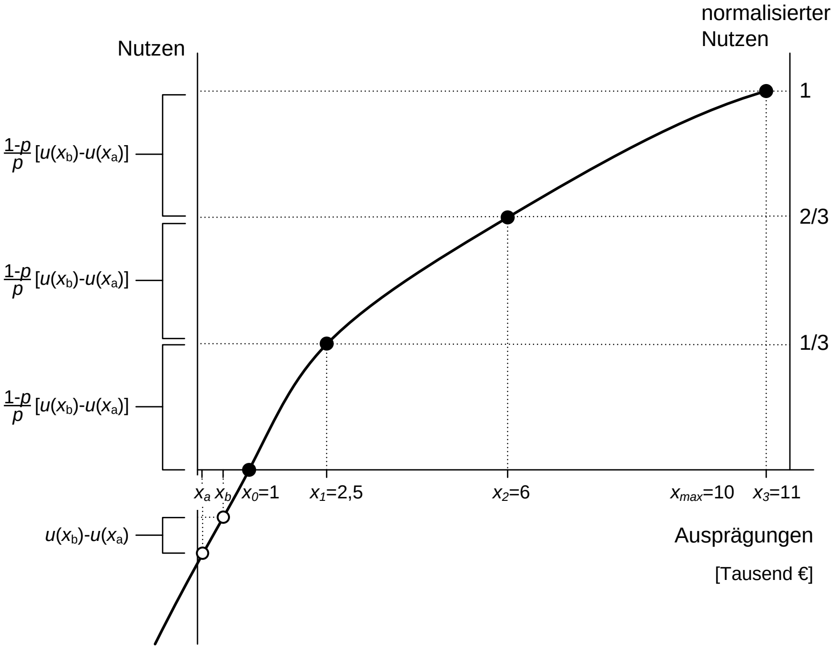

Abb. 9-19: Nutzenfunktion elizitiert nach der Trade-Off-Methode